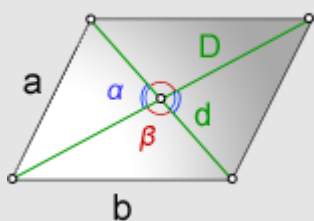


Как найти стороны параллелограмма

Свойства параллелограмма:

1. Противоположные стороны равны и параллельны
2. Противоположные углы равны
3. Точка пересечения диагоналей, делит их пополам

Формулы длины сторон через диагонали и угол между ними.



a, b - стороны параллелограмма

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α, β - углы между диагоналями

Формулы сторон параллелограмма через диагонали и угол между ними (по теореме косинусов), (**a, b**):

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + d^2 - 2Dd \cdot \cos \alpha}$$

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + d^2 + 2Dd \cdot \cos \beta}$$

$$b = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + d^2 - 2Dd \cdot \cos \beta}$$

$$b = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + d^2 + 2Dd \cdot \cos\alpha}$$

Формулы сторон параллелограмма через диагонали и сторону, (**a**, **b**):

$$a = \sqrt{\frac{D^2 + d^2 - 2b^2}{2}}$$

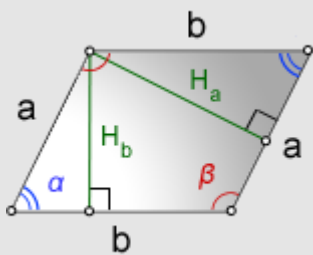
$$b = \sqrt{\frac{D^2 + d^2 - 2a^2}{2}}$$

Формулы сторон параллелограмма , (**a**, **b**):

$$a = \sqrt{b^2 - Dd \cdot \cos\alpha}$$

$$b = \sqrt{a^2 + Dd \cdot \cos\alpha}$$

Формулы длины сторон параллелограмма через высоту.



a, **b** - стороны параллелограмма

H_b - высота на сторону b

H_a - высота на сторону a

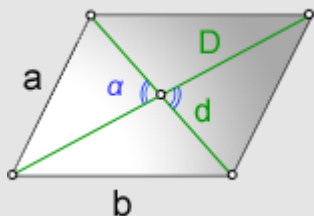
α, β - углы параллелограмма

Формулы сторон параллелограмма через высоту, (a, b):

$$a = \frac{H_b}{\sin \alpha} = \frac{H_b}{\sin \beta}$$

$$b = \frac{H_a}{\sin \alpha} = \frac{H_a}{\sin \beta}$$

Дополнительные, интересные формулы параллелограмма:



a, b - стороны параллелограмма

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α - острый угол между диагоналями

Формула суммы квадратов диагоналей:

$$D^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$$

Формула разности квадратов сторон:

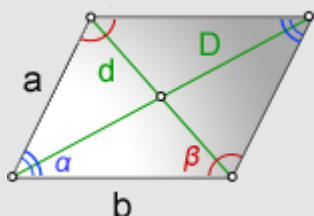
$$b^2 - a^2 = Dd \cdot \cos\alpha$$

Как найти диагональ параллелограмма

Свойства **параллелограмма**:

1. Противоположные стороны равны и параллельны
2. Противоположные углы равны
3. Точка пересечения диагоналей, делит их пополам

Длина диагонали параллелограмма через стороны, известную диагональ и угол.



a, b - стороны **параллелограмма**

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α, β - углы **параллелограмма**

Формулы диагонали через стороны и углы параллелограмма (по теореме косинусов), (**D, d**):

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\beta}$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\alpha}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\alpha}$$

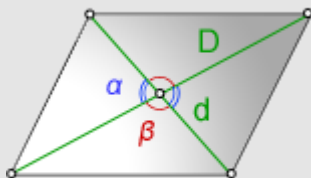
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\beta}$$

Формулы диагонали через стороны и известную диагональ (по формуле- сумма квадратов диагоналей), (**D**, **d**):

$$D = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - d^2}$$

$$d = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - D^2}$$

Длина диагонали параллелограмма через площадь, известную диагональ и угол.



D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α, **β** - углы между диагоналями

S - площадь параллелограмма

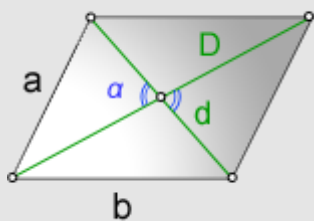
Формулы диагонали через площадь, известную диагональ и угол между диагоналями, (**D**, **d**):

$$D = \frac{2S}{d \sin \alpha} = \frac{2S}{d \sin \beta}$$

$$d = \frac{2S}{D \sin \alpha} = \frac{2S}{D \sin \beta}$$

Сумма квадратов диагоналей параллелограмма

Формулы суммы квадратов диагоналей и разности квадратов сторон параллелограмма:



a, b - стороны параллелограмма

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α - острый угол между диагоналями

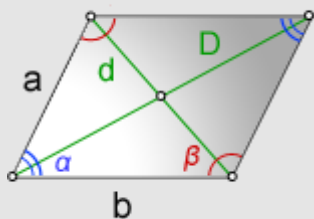
Формула суммы квадратов диагоналей

: Найти острый угол параллелограмма

Свойства углов параллелограмма:

1. Противоположные углы равны

2. Косинус тупого угла, всегда имеет отрицательное значение: $\cos \beta < 0$



a, b - стороны параллелограмма

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α - острый угол

β - тупой угол

Формулы косинуса острого и тупого углов через стороны и диагонали (по теореме косинусов):

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - d^2}{2ab}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + b^2 - D^2}{2ab}$$

Формула синуса острого и тупого углов через площадь (**S**) и стороны:

$$\sin \alpha = \sin \beta = \frac{S}{a \cdot b}$$

Формулы соотношения острого и тупого углов:

$$\alpha = 180^\circ - \beta$$

$$\cos \alpha = -\cos \beta$$

$$\sin \alpha = \sin \beta$$

Для определения величины угла в градусах или радианах, используем функции **arccos** или **arcsin**

$$D^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$$

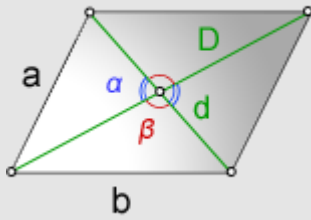
Формула разности квадратов сторон:

$$b^2 - a^2 = Dd \cdot \cos \alpha$$

Найти угол между диагоналями параллелограмма

Свойства углов между диагоналями **параллелограмма**:

1. Противоположные углы равны
2. Косинус тупого угла, всегда имеет отрицательное значение: **$\cos \beta < 0$**



a, b - стороны параллелограмма

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α - острый угол между диагоналями

β - тупой угол между диагоналями

Формулы косинуса острого и тупого углов между диагоналями, через стороны и диагонали (по теореме косинусов):

$$\cos\alpha = \frac{D^2 + d^2 - 4a^2}{2Dd}$$

$$\cos\beta = \frac{D^2 + d^2 - 4b^2}{2Dd}$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 - a^2}{Dd}$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 - b^2}{Dd}$$

Формула синуса острого и тупого углов через площадь (**S**) и диагонали:

$$\sin \alpha = \sin \beta = \frac{2S}{Dd}$$

Формулы соотношения острого и тупого углов между диагоналями:

$$\alpha = 180^\circ - \beta$$

$$\cos \alpha = -\cos \beta$$

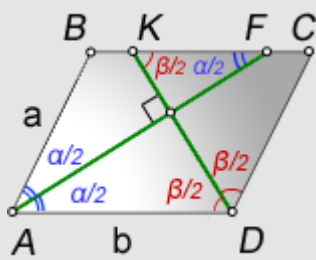
$$\sin \alpha = \sin \beta$$

Для определения величины угла в градусах или радианах, используем функции **arccos** и **arcsin**

Длина и свойства биссектрисы параллелограмма

Свойства биссектрисы параллелограмма

- **Биссектриса** по определению делит угол пополам
- **Биссектриса** отсекает равнобедренный треугольник (в данном случае треугольники **ABF** и **DKC**)
- **Биссектрисы** смежных углов, пересекаются под прямым углом (90°)
- **Биссектрисы** противоположных углов, равны и параллельны



AF - биссектриса из острого угла

DK - биссектриса из тупого угла

α - острый угол

β - тупой угол

a - меньшая сторона

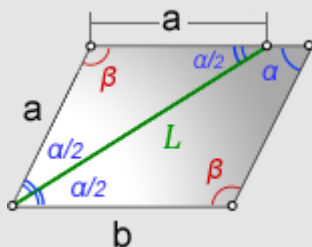
b - большая сторона

Так как треугольники ABF и DCK, равнобедренные, следовательно справедливы тождества:

$$BF = AB = KC = CD = a$$

$$BK = FC = b - a$$

Длина биссектрисы параллелограмма



L - биссектриса параллелограмма

a, b - стороны

α, β - углы

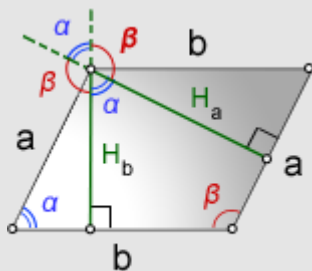
Формулы длины биссектрисы через сторону и углы, (L):

$$L = 2a \sin(\beta/2) = a\sqrt{2 - 2\cos\beta}$$

$$L = 2a \cos(\alpha/2)$$

Найти высоты параллелограмма и угол между ними

Высота - перпендикуляр исходящий из вершины угла на противоположную сторону



a, b - стороны параллелограмма

H_b - высота на сторону b

H_a - высота на сторону a

α, β - углы параллелограмма

Формулы длины высоты параллелограмма, через сторону и угол, (H_b, H_a):

$$H_b = a \cdot \sin \alpha = a \cdot \sin \beta$$

$$H_a = b \cdot \sin \alpha = b \cdot \sin \beta$$

Острый угол пересечения высот, равен острому углу параллелограмма.

Тупой угол пересечения высот, равен тупому углу параллелограмма.